

DOI: 10.15643/mmcct-2023-22

## Высокоточные бикомпактные схемы

В. Ф. Тишкин\*, М. Д. Брагин

Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН  
Россия, 125047 г. Москва, Миусская пл., д. 4.

\*Email: v.f.tishkin@mail.ru

Представлен обзор результатов, полученных при разработке, анализе и применении бикомпактных схем. Обсуждаются результаты расчетов нестационарных многомерных задач гидродинамики. Проводится сравнение с другими современными численными схемами.

**Ключевые слова:** уравнения математической физики, численные методы, схемы высокого порядка, компактные схемы, бикомпактные схемы.

Математическая формализация физико-технических задач нередко приводит к краевым задачам для уравнений в частных производных. Аналитические методы решения таких задач зачастую оказываются либо ограничены в своей применимости, либо вовсе неизвестны. По этой причине были и остаются востребованными численные методы или схемы.

Важнейшим направлением современной вычислительной математики является разработка численных схем высокого порядка точности. Главное преимущество высокого порядка состоит в том, что он позволяет добиться заданной точности искомого решения на менее подробных сетках, а значит, при меньших затратах машинной времени и памяти [1]. Кроме того, некоторые классы схем высокого порядка точности характеризуются низкой аппроксимационной вязкостью и дисперсией. Это свойство актуально, например, при расчетах волновых процессов в протяженных пространственных областях и (или) на больших временных интервалах [2], а также при расчетах турбулентных течений вязкой жидкости [3, 4].

К числу схем высокого порядка точности относятся бикомпактные схемы [5–12]. В основе этих схем лежит компактная аппроксимация пространственных производных на шаблоне, который включает в себя лишь два целых узла (по каждому

направлению, независимо от порядка аппроксимации). Эта особенность и дала название классу бикompактных схем. По сравнению с классическими компактными схемами, бикompактные схемы имеют лучшие диссипативные и дисперсионные свойства (при равном порядке аппроксимации). Другим положительным отличием от компактных схем является то, что при увеличении порядка аппроксимации пространственный шаблон у бикompактных схем никогда не выходит за пределы одной ячейки сетки. Минимальность шаблона исключает проблему постановки дополнительных (искусственных) граничных условий, свойственную некомпактным разностным и конечно-объемным схемам. Еще одно преимущество бикompактных схем состоит в том, что они сочетают неявность (а значит, хорошую устойчивость) и эффективность, экономичность реализации.

В настоящем докладе преподносится обзор результатов, полученных при разработке, анализе и применении бикompактных схем. Описываются методы построения бикompактных схем для уравнений гиперболического и параболического типов. Обсуждаются результаты расчетов задач о нестационарных многомерных течениях невязкого совершенного газа и вязкой несжимаемой жидкости. Проводится сравнение с другими современными численными схемами высокого порядка точности.

*Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 21-11-00198).*

## Литература

1. Ekaterinaris J.A. // *Prog. Aerosp. Sci.* **2005**. Vol. 41. P. 192.
2. Tam C.K.W. // *Fluid Dyn. Res.* **2006**. Vol. 38. P. 591.
3. Bull J.R., Jameson A. // *AIAA J.* **2015**. Vol. 53. P. 2750.
4. Тишкин В.Ф., Гасилов В.А., Змитренко Н.В. с соавт. // *Математическое моделирование.* **2020**. №6. С. 57.
5. Михайловская М.Н., Рогов Б.В. // *Ж. вычислительной математики и математической физики.* **2012**. Т. 52. №4. С. 672.
6. Rogov B.V. // *Appl. Numer. Math.* **2019**. V. 139. P. 136.
7. Chikitkin A.V., Rogov B.V. // *Appl. Numer. Math.* **2019**. V. 142. P. 151.
8. Bragin M.D., Rogov B.V. // *Appl. Numer. Math.* **2020**. V. 151. P. 229.
9. Брагин М.Д., Рогов Б.В. // *Журнал вычислительной математики и математической физики.* **2021**. Т. 61. №4. С. 625.
10. Брагин М.Д., Рогов Б.В. // *Журнал вычислительной математики и математической физики.* **2021**. Т.61. №11. С. 1759.
11. Bragin M.D. // *Appl. Numer. Math.* **2022**. №174. P. 112.
12. Брагин М.Д. // *Математическое моделирование.* **2022**. Т. 34. №6. С. 3.